

गणित (2022) तृतीय प्रश्न-पत्र

इकाई-I

- प्रश्न 1. (a) यदि चार पूर्ण संख्याओं को यादृच्छया गुणा कर दिया जाये, तो दिखाइये कि गुणनफल में अंतिम अंक 1, 3, 7 या 9 आने की प्रायिकता $\frac{16}{625}$ है।
- (b) भाषा $L = \{x \mid x \in \{a, b\}^*, x \text{ में } a's \text{ की संख्या } 3 \text{ के एक गुणक में है}\}$, के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।
- (c) गणितीय आगमन के द्वारा सिद्ध कीजिए कि $n! \geq 2^n$ सभी $n \geq 4$ के लिए।

इकाई-II

- प्रश्न 2. (a) यदि (L, \leq) एक जालक है तो सिद्ध कीजिए कि असमिका $a \leq c \Leftrightarrow a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge c$ स्व-द्वैत है।
- (b) यदि G एक सम्बद्ध समतलीय आलेख है जिसमें v शीर्ष, e कोरे तथा r , G के समतलीय निरूपण में क्षेत्रों की संख्या है, तब सिद्ध कीजिए कि $v - e + r = 2$ ।
- (c) यदि I शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो तथा R संबंध इस प्रकार परिभाषित है कि xRy यदि $x^y = y^x$ जबकि $x, y \in I$ तो क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है ?

इकाई-III

- प्रश्न 3. (a) परिमित अवस्था यंत्र M को न्यूनतमीकृत कीजिए, जहाँ M निम्नांकित अवस्था सारणी से दिया गया है—

	अवस्था	निवेश		निर्गत
		0	1	
\Rightarrow	s_0	s_3	s_1	1
	s_1	s_4	s_1	0
	s_2	s_3	s_0	1
	s_3	s_2	s_3	0
	s_4	s_1	s_0	1

- (b) सिद्ध कीजिए कि $L = \{0^i 1^i \mid i \geq 1\}$ नियमित नहीं है।
- (c) संख्यात्मक फलन $a_r = 3^{r+2}, r \geq 0$ का जनक फलन प्राप्त कीजिए।

इकाई-IV

- प्रश्न 4. (a) अन्तर समीकरण $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$ को हल कीजिए।
- (b) जनक फलन विधि का प्रयोग कर निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल कीजिए—

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r, r \geq 2.$$

परिसीमा प्रतिबंध हैं— $a_0 = 1, a_1 = 1$.

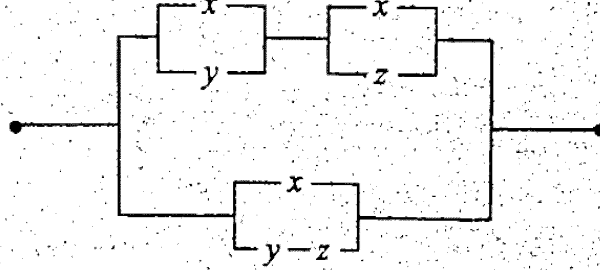
- (c) सिद्ध कीजिए कि G के अरिक्त उपसमुच्चय H के एक उपसमूह होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध यह है कि $a \in H, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ जहाँ $b^{-1}, b \in H$ का प्रतिलोम है।

इकाई-V

प्रश्न 5. (a) निम्न बूलीय फलन का संयोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए—

$$F(x, y, z) = x' \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z'$$

(b) निम्न परिपथ का बूलीय फलन ज्ञात कीजिए और इन्हें सरलीकृत रूप में आलेखित कीजिए—



(c) यदि $(B, +, ;, ')$ बूलीय बीजगणित है तो सिद्ध कीजिए कि यदि $a + x = b + x$ और $a + x' = b + x'$ हो, तो $a = b$.