

AE-1280

B.Sc. (Part - III)
Term End Examination, 2016-17

MATHEMATICS

Optional

Paper - III (B)

Discrete Mathematics

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई / प्रश्न से दो भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer **all** questions. **Two** parts from each unit/question is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि

$$1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2) \\ = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

220_BSP_(7)

(Turn Over)

(2)

Prove by mathematical induction method

$$1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2)$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

- (b) 1 और 250 के मध्य उन पूर्णाकों की संख्या ज्ञात कीजिए जो 2, 3, 5 और 7 में से किसी भी पूर्णांक द्वारा विभाजित होते हैं।

Find the number of integers between 1 and 250 that are divisible by any of the integers 2, 3, 5 and 7.

- (c) दो पासे को एक साथ फेंका जाता है। पासों के ऊपरी फलक पर अंकों का योगफल 7 आने की घटना की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

Two dice are thrown simultaneously. Find the probability of getting a sum of 7 of digits on upper surface of two dice.

(3)

इकाई / Unit-II

2. (a) दर्शाइए कि सभी पूर्णाकों के समुच्चय I में संबंध $R = \{(a, b) : a, b \in I \text{ तथा } a - b \text{ 3 से विभाज्य है}\}$ एक तुल्यता संबंध हैं।
Show that the relation $R = \{(a, b) : a, b \in I \text{ and } a - b \text{ is divisible by 3}\}$ defined in the set of all integers I is an equivalence relation.
- (b) दर्शाइए कि एक जालक का द्वैत एक जालक होता है।
Show that dual of a lattice is a lattice.
- (c) यूलर सूत्र को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
State and prove Euler's Formula.

इकाई / Unit-III

3. (a) एक परिमित अवस्था यंत्र की अभिकल्पना कीजिए जो समुच्चय $\{0, 1, 2\}$ को निवेश के रूप में प्राप्त करता है तथा एक निर्गम इस प्रकार जनित करता है कि निर्गम निवेश अनुक्रम में अंकों के योगफल के मॉड्युलों 3 के बराबर हो।

(4)

Design a finite state machine that receives the set $\{0, 1, 2\}$ as input and produces an output such that the output is equal to the modulo 3 sum of the digits in the input sequence.

- (b) $a_0 = 0, a_1 = 1$ सहित $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$ से परिभाषित फिबोनाशी अनुक्रम $\{a_r\}$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Find the generating function for the Fibonacci sequence $\{a_r\}$ defined by $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$ with $a_0 = 0, a_1 = 1$.

- (c) मान लीजिए a, b और c संख्यात्मक फलन इस प्रकार है कि $a * b = c$ । दिया गया है कि

$$a_r = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 2, & r = 1 \\ 0, & r \geq 2 \end{cases} \quad \text{तथा} \quad c_r = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases}$$

तो b का निर्धारण कीजिए।

(5)

Let a, b and c be numeric functions such that $a * b = c$. Given that

$$a_r = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 2, & r = 1 \\ 0, & r \geq 2 \end{cases} \quad \text{and} \quad c_r = \begin{cases} 1, & r = 0 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases}$$

then determine b .

इकाई / Unit-IV

4. (a) अंतर समीकरण $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$ को हल कीजिए।

Solve the difference equation

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r+1)2^r$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{\cos\theta + i\sin\theta : \theta \in Q\}$ सामान्य गुणन के सापेक्ष एक अनन्त अवेली समूह निर्मित करता है।

Prove that the set $\{\cos \theta + i \sin \theta : \theta \in Q\}$ forms an infinite abelian group with respect to usual multiplication.

(6)

- (c) सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

Prove that the intersection of two subrings is a subring.

इकाई / Unit-V

5. (a) बूलीय बीजगणित $(B, \wedge, \vee, ')$ में किन्हीं अवयवों a तथा b के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$(a \vee b)' = a' \wedge b'$$

For any elements a and b in a Boolean algebra $(B, \wedge, \vee, ')$, prove that

$$(a \vee b)' = a' \wedge b'$$

- (b) निम्नलिखित बूलीय फलन को वियोजनीय प्रसामान्य रूप में बदलिए :

$$f(x,y,z,t) = (x'y + xyz' + xy'z + x'y'z't + t)'$$

Change the following Boolean function to disjunctive normal form :

$$f(x,y,z,t) = (x'y + xyz' + xy'z + x'y'z't + t)'$$

(7)

- (c) निम्नलिखित बूलीय फलन के लिए परिपथ बनाइए और उसे सरल रूप में व्यक्त कीजिए :

$$f(x, y, z) = x \cdot z + [y \cdot (y' + z) \cdot (x' + x \cdot z')]$$

Draw the switching circuit of the following Boolean function and replace it by a simplified one :

$$f(x, y, z) = x \cdot z + [y \cdot (y' + z) \cdot (x' + x \cdot z')]$$
