

गणित (2022) द्वितीय प्रश्न-पत्र

इकाई-I

प्रश्न 1. (a) निम्नलिखित समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए—

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + xy = 0.$$

(b) सिद्ध कीजिए— $\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x).$

अथवा, (a) सिद्ध कीजिए— $\frac{d}{dx}(J_n^2 + J_{n+1}^2) = 2\left(\frac{n}{x} J_n^2 - \frac{n+1}{x} J_{n+1}^2\right).$

(b) निम्नलिखित स्टर्म-ल्युविल समस्या के सभी आइगन मानों और आइगन फलनों को ज्ञात कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + dy = 0, y'(1) = 0 = y'(e^{2\pi}).$$

इकाई-II

प्रश्न 2. (a) लाप्लास रूपांतरण को परिभाषित कर द्वितीय स्थानांतरण प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(b) ज्ञात कीजिए—(i) $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p+4)^{3/2}}\right\},$

(ii) $L^{-1}\left\{\frac{1}{(p+1)(p^2+2)}\right\}.$

अथवा, (a) कन्वोल्यूशन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(b) हल कीजिए— $(D+1)^2 y = t$, यदि $y(0) = -3$ तथा $y(1) = -1.$

इकाई-III

प्रश्न 3. (a) सम्बन्ध $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ से स्वेच्छ अक्षर a, b, c का विलोपन कीजिए। (उत्तर—पेज नं. 103, प्र. क्र. 8)

(b) हल कीजिए— $x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2.$

अथवा, (a) हल कीजिए— $z = p^2 + q^2.$

(b) चारपिट विधि से हल कीजिए— $(p^2 + q^2)y = qz.$

इकाई-IV

प्रश्न 4. (a) हल कीजिए— $r - a^2 t = x^2.$

(b) हल कीजिए— $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy.$

अथवा, (a) मोन्जे विधि से हल कीजिए— $2r + te^x - (rt - s^2) = 2e^x.$

(b) हल कीजिए— $(D^2 - DD' + D' - 1)z = x^2 y.$

इकाई-V

प्रश्न 5. (a) फलनक $I[y(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ का चरम मान परीक्षण कीजिए।

(b) परवलय $y = x^2$ और सरल रेखा $x - y = 5$ के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा, (a) फलनक $I[y(x)] = \int_0^{\pi} \frac{(1 + y'^2)^{1/2}}{x} dx$ का चरम मान ज्ञात कीजिए।

(b) परवलय $y = x^2$ और सरल रेखा $x - y = 5$ के बीच की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।