

## AE-1244

B.Sc. (Part - II)  
Term End Examination, 2016-17

### MATHEMATICS

Paper - II

Differential Equations

*Time* : Three Hours]      [*Maximum Marks* : 50

---

**नोट** : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note** : Answer **all** questions. All questions carry equal marks.

---

#### इकाई / Unit-I

1. (a) घात श्रेणी से समीकरण  $\frac{dy}{dx} - y = 0$  को हल कीजिए।

Solve by power series method  $\frac{dy}{dx} - y = 0$ .

---

( 2 )

(b) दर्शाइए कि

$$\frac{d}{dx}(xJ_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$$

Show that

$$\frac{d}{dx}(xJ_n J_{n+1}) = x(J_n^2 - J_{n+1}^2)$$

**अथवा / OR**

2. (a)  $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 2$  को लेजान्द्रे बहुपदों में व्यक्त कीजिए।

Express  $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 2$  in terms of Legendre's polynomials.

(b) दर्शाइए कि

$$2J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

Show that

$$2J_n'(x) = J_{n-1}(x) - J_{n+1}(x)$$

**इकाई / Unit-II**

3. (a) ज्ञात कीजिए

$$L\{\sin \sqrt{t}\}$$

(3)

Find

$$L\{\sin \sqrt{t}\}$$

(b) दर्शाइए कि

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$$

Show that

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$$

**अथवा / OR**

4. (a) दर्शाइए कि

$$L^{-1}\left\{\frac{8}{(p^2+1)^3}\right\} = (3-t^2)\sin t - 3t \cos t$$

Show that

$$L^{-1}\left\{\frac{8}{(p^2+1)^3}\right\} = (3-t^2)\sin t - 3t \cos t$$

(4)

(b) ज्ञात कीजिए

$$L^{-1} \left\{ \frac{p}{(p^2 + a^2)^2} \right\}$$

Find

$$L^{-1} \left\{ \frac{p}{(p^2 + a^2)^2} \right\}$$

**इकाई / Unit-III**

5. (a) हल कीजिए

$$xp + yq = z$$

Solve

$$xp + yq = z$$

(b) हल कीजिए

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$$

( 5 )

Solve

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$$

**अथवा / OR**

6. (a) पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए

$$q = px + p^2$$

Find the complete integral of

$$q = px + p^2$$

(b) हल कीजिए

$$y^2p - xyq = x(z - 2y)$$

Solve

$$y^2p - xyq = x(z - 2y)$$

**इकाई / Unit-IV**

7. (a) हल कीजिए

$$yt - q = xy$$

Solve

$$yt - q = xy$$

(b) हल कीजिए

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

(6)

Solve

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

अथवा / OR

8. (a) हल कीजिए

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = \tan(y+x)$$

Solve

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = \tan(y+x)$$

(b) हल कीजिए

$$r + s - 6t = y \cos x$$

Solve

$$r + s - 6t = y \cos x$$

इकाई / Unit-V

9. (a) दर्शाइए कि दो नियत बिंदुओं को जोड़ने वाली न्यूनतम वक्र एक सरल रेखा होती है।

Show that shortest curve joining two fixed points is a straight line.

(7)

(b) निम्न फलन का अधिकतम ज्ञात कीजिए :

$$I[y(x)] = \int_0^{\log 2} (e^{-x}y^2 - e^x y^2) dx$$

Find the extremal of the following functional :

$$I[y(x)] = \int_0^{\log 2} (e^{-x}y^2 - e^x y^2) dx$$

**अथवा / OR**

10. (a) परवलय  $y^2 = 4x$  तथा सरल रेखा  $x + y + 5 = 0$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between parabola  $y^2 = 4x$  and straight line  $x + y + 5 = 0$ .

(b) दर्शाइए कि फलन

$I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$  जो कि  $(0, 0)$  तथा  $(a, 0)$  से गुजरता है, के अधिकतम के लिए जैकोबी शर्त संतुष्ट होती है।

( 8 )

Show that the Jacobi condition is satisfied for the extremal of the functional

$I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$  which passes through  $(0, 0)$  and  $(a, 0)$ .