



AK-1214

B.A./B.Sc. (Part-III)
Term End Examination, 2022-23

MATHEMATICS

Paper - III

Discrete Mathematics

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any two parts from each question. All
questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) गणितीय आगमन से सिद्ध कीजिए कि
 $n^4 - 4n^2$ तीन से विभाजित है, जहाँ $n \geq 2$ ।

Show that $n^4 - 4n^2$ is divisible by 3 for
all $n \geq 2$, by mathematical induction.

298_BSP_(7)

(Turn Over)

(2)

(b) भाषा $L = \{a^n b^n c^i : n \geq 1, i \geq 0\}$ के लिए
व्याकरण की रचना कीजिए।

Construct a grammar for language

$$L = \{a^n b^n c^i : n \geq 1, i \geq 0\}$$

(c) मिश्र प्रायिकता प्रमेय लिखिए और सिद्ध
कीजिए।

State and prove compound probability
theorem.

इकाई / Unit-II

2. (a) यदि R समुच्चय A में एक तुल्यता संबंध है
और $a, b \in A$, तब सिद्ध कीजिए कि

(i) $[a] = [b] \Leftrightarrow (a, b) \in R$

(ii) $[a] \cap [b] = \phi$ or $[a] = [b]$

If R is equivalence relation on set A and
 $a, b \in A$, then prove that

(i) $[a] = [b] \Leftrightarrow (a, b) \in R$

(ii) $[a] \cap [b] = \phi$ or $[a] = [b]$

298_BSP_(7)

(Continued)

(3)

(b) सिद्ध कीजिए भिन्न-भिन्न सात पूर्णाकों के समुच्चय में दो पूर्णांक n और m होंगे इस प्रकार की $(n+m)$ या $(n-m)$ 10 से विभाजित होते हैं।

Show that any set of seven distinct integers, contains two integers n and m such that $(n+m)$ or $(n-m)$ is divisible by 10.

(c) यदि G , n शीर्षों और k घटकों सहित एक सरल ग्राफ है, तब सिद्ध कीजिए कि G , में कोरों की अधिकतम संख्या $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ होगी।

If G be a simple graph with n vertices and k components, then prove that the maximum number of edges in G is

$$\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$$

इकाई / Unit-III

3. (a) निम्न को परिभाषित कीजिए :

- (i) परिमित अवस्था यंत्र
(ii) तुल्य यंत्र

(4)

Define the following :

- (i) Finite state machine
(ii) Equivalent machine

(b) मान a और b संख्यात्मक फलन हैं। इस

प्रकार $a = r + 0\left(\frac{1}{r}\right)$, $b = \sqrt{r} + 0\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)$ तब

सिद्ध कीजिए कि $ab = r^{3/2} + 0(\sqrt{r})$ ।

Let a and b be numeric functions given

by $a = r + 0\left(\frac{1}{r}\right)$, $b = \sqrt{r} + 0\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)$ then

show that $ab = r^{3/2} + 0(\sqrt{r})$.

(c) यदि a और b संख्यात्मक फलन हैं जहाँ $a_r = 3^r$, $b_r = 2^r$, $r \geq 0$ एवं $c = a * b$, तब जनक फलन का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि $c_r = 3^{r+1} - 2^{r+1}$, $r \geq 0$ ।

If a and b are numeric functions where $a_r = 3^r$, $b_r = 2^r$, $r \geq 0$ and $c = a * b$, then using generating function prove that $c_r = 3^{r+1} - 2^{r+1}$, $r \geq 0$.

(5)

इकाई / Unit-IV

4. (a) निम्न अंतर समीकरण को हल कीजिए :

$$a_r - a_{r-1} - 2a_{r-2} = 2^r$$

Solve the following difference equation :

$$a_r - a_{r-1} - 2a_{r-2} = 2^r$$

(b) जनक फलन के प्रयोग से हल कीजिए :

$$a_{r+2} - 7a_{r+1} + 10a_r = 0, a_0 = 0, a_1 = 3$$

Solve by using generating function :

$$a_{r+2} - 7a_{r-1} + 10a_r = 0, a_0 = 0, a_1 = 3$$

(c) लैग्रान्ज का प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Lagranges theorem.

इकाई / Unit-V

5. (a) लैटिस (L, \leq) के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$(i) a \vee (a \wedge b) = a$$

$$(ii) a \wedge (a \vee b) = a \quad \forall a, b \in L$$

(6)

In Lattice (L, \leq) prove that

$$(i) a \vee (a \wedge b) = a$$

$$(ii) a \wedge (a \vee b) = a \quad \forall a, b \in L$$

(b) निम्न फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए

$$f = [x + (x' + y)]' \cdot [x + (y' \cdot z)']$$

Change the following functions to conjunctive normal form :

$$f = [x + (x' + y)]' \cdot [x + (y' \cdot z)']$$

(c) सिद्ध कीजिए कि निम्न कथन व्याधात है:

$$[(p \wedge q) \vee \{q \wedge (\sim r)\}] \Leftrightarrow$$

$$[\{(\sim p) \wedge r\} \vee \{(\sim q) \wedge (\sim r)\}]$$

(7)

Prove that the following statement is contradiction

$$[(p \wedge q) \vee \{q \wedge (-r)\}] \Leftrightarrow$$
$$[\{(-p) \wedge r\} \vee \{(-q) \wedge (-r)\}]$$
