AF-3078

B.A./B.Sc. (Part - III)
Term End Examination, 2017-18

MATHEMATICS

Paper - III (B)

Discrete Mathematics

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (*a*) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि $n \geq 1$ के लिए

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$$

Prove by mathematical induction that for $n \geq 1$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$$

(*b*) 1 से 500 तक के बीच ऐसे कितने पूर्णांक हैं जो 3 अथवा 5 अथवा 11 से विभाजित होते हैं ?

How many integers from 1 to 500 are divisible by 3 or 5 or 11 ?

(*c*) भाषा $L = \{a^i b^{2i} : i \geq 1\}$ के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct a grammar for the language $L = \{a^i b^{2i} : i \geq 1\}$.

इकाई / Unit-II

2. (*a*) (*i*) दिखाइए कि यदि 50 कारों को सात रंगों से रंगा जाए तो कम से कम 8 कारों का समान रंग होगा ?

Show that if seven colours are used to paint 50 cars, at least eight cars will have the same colour ?

(*ii*) 52 ताशों की गड्डी से कितने ताश निकाले जायें कि 7 ताश समान सूट के हों?

How many cards must be drawn from a pack of 52 cards to be sure that you have 7 cards of one suit?

(*b*) सिद्ध कीजिए कि एक आलेख G से सभी शीर्षों के घातांकों का योग G में कोरों की संख्या के दुगुने के बराबर होता है।

Prove that the sum of the degrees of all vertices in a graph G is equal to twice the number of edges in G.

(*c*) सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों के सरल ग्राफ में अधिकतम कोरों की संख्या $\frac{n(n-1)}{2}$ है।

Prove that the maximum number of edges in a simple graph with n vertices is $\frac{n(n-1)}{2}$.

इकाई / Unit-III

3. (*a*) एक परिमित अवस्था यंत्र M की अभिकल्पना कीजिए जो द्वि-आधारी संख्याओं का योग हो सके।

Design a finite state machine M which can add two binary numbers.

(*b*) यदि a और b दो संख्यात्मक फलन हैं, तब $a * b$ का निर्धारण कीजिए, जहाँ

$$a_r = \begin{cases} 1, & 0 \le r \le 2 \\ 0, & r \ge 3 \end{cases}$$

$$b_r = \begin{cases} 1, & 0 \le r \le 2 \\ 0, & r \ge 3 \end{cases}$$

Determine $a * b$ where a and b are two numeric functions such that

$$a_r = \begin{cases} 1, & 0 \le r \le 2 \\ 0, & r \ge 3 \end{cases}$$

$$b_r = \begin{cases} 1, & 0 \le r \le 2 \\ 0, & r \ge 3 \end{cases}$$

(*c*) निम्नलिखित जनम फलन के संगत विविक्त संख्यात्मक फलन ज्ञात कीजिए।

$$A(z) = \frac{(1+z)^2}{(1-z)^4}$$

Determine the discrete numeric functions corresponding to the following generating function :

$$A(z) = \frac{(1+z)^2}{(1-z)^4}$$

इकाई / Unit-IV

4. (*a*) पुनरावृत्ति संबंध $9a_r - 6a_{r-1} + a_{r-2} = 0$ को हल कीजिए, दिया गया है $a_0 = 0$ और $a_1 = 1$।

Solve the recurrence relation

$$9a_r - 6a_{r-1} + a_{r-2} = 0$$

given that $a_0 = 0$ and $a_1 = 1$.

(*b*) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक चक्रीय समूह आबेली समूह होता है।

Prove that every cyclic group is Abelian.

(*c*) सिद्ध कीजिए कि बूलीय वलय क्रमविनिमेय नियम का पालन करता है।

Prove that a Boolean ring obeys commutative law.

इकाई / Unit-V

5. (*a*) माना $L = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$

"$\frac{x}{y}$ का अर्थ x, y को विभाजित करता है" द्वारा क्रमित है। दर्शाइए कि L के पूर्णांक 24 के सभी विभाजकों का समुच्चय D_{24} लैटिस $(L, 1)$ का एक उपलैटिस है।

Let $L = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$ be ordered by the relation "$\frac{x}{y}$ means x divides y". Show that D_{24} the set of all divisors of the integer 24 of L is a sub lattice of the lattice $(L, 1)$.

(*b*) सिद्ध कीजिए कि बूलीय बीजगणित में संबंध ' $\leq$ ' अंशत: क्रम संबंध है, जहाँ

$$a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0$$

Prove that the order relation ' $\leq$ ' is a partial order relation in a Boolean Algebra, where.

$$a \leq b \Leftrightarrow ab' = 0$$

(*c*) स्वीचन फलन

$$F(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

को सरलीकृत स्वीचन परिपथ में बदलिए।

(7)

Replace the switching functions

$F(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$

by a simpler switching circuit.

———