

AG-1144

B.A./B.Sc. (Part - II)

Term End Examination, 2018-19

MATHEMATICS

Paper - I

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer all questions. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) सिद्ध कीजिए कि श्रेणी $\sum \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n}$ अभिसारी है।

Prove that the series $\sum \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n}$ is convergent.

(b) सिद्ध कीजिए कि अनुक्रम $\left\{ \frac{2n-7}{3n+2} \right\}$ एकदिष्ट वर्धमान एवं नीचे परिवर्द्ध है।

Prove that the sequence $\left\{ \frac{2n-7}{3n+2} \right\}$ is monotonic increasing and lower bound.

अथवा / OR

(a) सिद्ध कीजिए कि एक निरपेक्ष अभिसारी श्रेणी अभिसारी होती है।

Prove that an absolute convergent series is convergent.

(b) सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित श्रेणी अभिसारी है या अपसारी

$$x + \frac{2^2 x^2}{|2|} + \frac{3^3 x^3}{|3|} + \frac{4^4 x^4}{|4|} + \frac{5^5 x^5}{|5|} + \dots$$

जहाँ पर $x > 0$

Find the following series is convergent or divergent

$$x + \frac{2^2 x^2}{|2|} + \frac{3^3 x^3}{|3|} + \frac{4^4 x^4}{|4|} + \frac{5^5 x^5}{|5|} + \dots$$

where $x > 0$

इकाई / Unit-II

2. (a) फलन $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ के लिए अन्तराल $[2, 4]$ में लैग्रान्ज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

Verify Lagrange's mean value theorem in the interval $[2, 4]$ for the function

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}.$$

(b) रोले प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

Write and prove Rolle's theorem.

अथवा / OR

(a) दर्शाइए कि फलन $x=0$ पर सतत है, जब

$$f(x) = \frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}; \text{ यदि } x \neq 0$$

$$= 0; \text{ यदि } x = 0$$

Prove that the function $f(x)$ is continuous

$$\text{at } x = 0 \text{ when } f(x) = \frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}; \text{ if } x \neq 0.$$

$$= 0; \text{ if } x = 0$$

(b) लैग्रान्ज का मध्यमान प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

Write and prove Lagrange's mean value theorem.

इकाई / Unit-III

3. (a) समघात फलनों पर आयलर प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

Write and prove Euler's theorem on homogeneous functions.

(b) ϵ - δ तकनीक से सिद्ध कीजिए कि

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (5,-2)} (ax+by) = 5a-2b$$

By using ϵ - δ technique prove that

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (5,-2)} (ax+by) = 5a-2b$$

अथवा / OR

(a) यदि $u = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, तो सिद्ध

$$\text{कीजिए कि } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

If $u = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, then prove

$$\text{that } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

(b) प्रतिस्थापन $x = \tan z$ के द्वारा समीकरण

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ का}$$

समान्तरण कीजिए।

Transform the equation by the substitution $x = \tan z$

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0$$

इकाई / Unit-IV

4. (a) सरल रेखाओं $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ के कुल का एन्वेलप

ज्ञात कीजिए जबकि $a^2 + b^2 = c^2$ तथा c एक अचर है, जहाँ a, b प्राचल हैं।

Find the envelope of the family of straight

lines $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ where $a^2 + b^2 = c^2$ and c is a constant. Where a, b is parameter.

- (b) फलन $u = x^2 + y^2 + \frac{2}{x} + \frac{2}{y}$ के उच्चिष्ठ या

निम्निष्ठ मानों को ज्ञात कीजिए।

Find maximum and minimum of function

$$u = x^2 + y^2 + \frac{2}{x} + \frac{2}{y}$$

अथवा / OR

- (a) अतिपरवलय $2xy = a^2$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिए।

Find the evolute of hyperbola $2xy = a^2$.

- (b) फलन $u = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$ के अच्चिष्ठ अथवा निम्निष्ठ मानों को ज्ञात कीजिए जब $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ तथा $lx + my + nz = 0$ ।

Find maxima or minima values of the function $u = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$ when $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and $lx + my + nz = 0$.

इकाई / Unit-V

5. (a) $\iint_R x^2 y^2 dx dy$ का मान निकालिए जहाँ क्षेत्र $R, x^2 + y^2 \leq 1$ है।

Find the value of $\iint_R x^2 y^2 dx dy$ where region R is $x^2 + y^2 \leq 1$.

- (b) समाकलन के क्रम को बदलिए और मूल्यांकन कीजिए :-

$$\int_0^\infty \int_0^x x e^{-x^2/y} dx dy$$

Change the order of integration and find its value :

$$\int_0^\infty \int_0^x x e^{-x^2/y} dx dy$$

अथवा / OR

(7)

(a) $\int_0^1 (\log x)^n dx$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ
 $n > 0$

Find the value of $\int_0^1 (\log x)^n dx$, where
 $n > 0$.

(b) सिद्ध कीजिए की

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x \log\left(\frac{1}{x}\right)}} dx = \sqrt{2\pi}$$

Prove that

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x \log\left(\frac{1}{x}\right)}} dx = \sqrt{2\pi}$$

http://www.onlinebu.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से