



## AF-3012

B.A / B.Sc. (Part - I)  
Term End Examination, 2017-18

### MATHEMATICS

#### Paper - II

*Time* : Three Hours]      [*Maximum Marks* : 50

**नोट** : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note** : Answer any **five** questions. **One** question from each Unit is compulsory. All questions carry equal marks.

#### इकाई / Unit-I

1. (a) यदि  $f(x)$  एक अवकलनीय फलन है इस प्रकार कि  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ,  $f'(0) = 3$ ,  $f(s) = y$ । तब  $f'(s)$  ज्ञात कीजिए।

( 2 )

If  $f(x)$  is differentiable function such that  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ,  $f'(0) = 3$ ,  $f(s) = y$ . Then find  $f'(s)$ .

(b) सिद्ध कीजिए की फलन

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$$

$x = 0$  पर अवकलनीय नहीं है।

Prove that function

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$$

is not differentiable at  $x = 0$ .

2. (a) टेलर का प्रमेय लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Taylor's Theorem.

(b) यदि  $u = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ । तब सिद्ध कीजिए कि :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$$

If  $u = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ . Then prove that :

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0$$

( 3 )

इकाई / Unit-II

3. (a) निम्न वक्र की अनंत स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

Find Asymptotes of the curve

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि वक्र  $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$

के बिन्दु  $(x, y)$  पर वक्रता त्रिज्या  $\frac{y^2}{a}$  है।

Prove that radius of curvature at any point  $(x, y)$  of the curve

$$y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a}) \text{ is } \frac{y^2}{a}.$$

4. (a) निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिए

$$xy^2 = ya^2(2a - x)$$

Trace the following curve

$$xy^2 = ya^2(2a - x)$$

- (b) वक्र  $x = \log\left(\frac{y}{x}\right)$  की नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

( 4 )

Find point of inflexion of the curve

$$x = \log\left(\frac{y}{x}\right).$$

इकाई / Unit-III

5. (a) यदि  $\phi(n) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$ , तब सिद्ध कीजिए कि

$$\phi(n) + \phi(n-2) = \frac{1}{n-1}$$

If  $\phi(n) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$ , then prove that

$$\phi(n) + \phi(n-2) = \frac{1}{n-1}$$

- (b) वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  का संपूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the complete area of

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}.$$

6. (a) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  को  $x$ -अक्ष के परितः परिभ्रमण से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

(5)

Find the volume of the solid generated

by revolving the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   
about  $x$ -axis.

(b) वक्र  $y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  की  $x = 1$  से  $x = 2$

तक चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the arc of the curve

$y = \log \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  from  $x = 1$  to  $x = 2$ .

### इकाई / Unit-IV

7. (a) हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2$$

(b) हल कीजिए :

$$xp^2 + (y - x)p - y = 0$$

Solve :

$$xp^2 + (y - x)p - y = 0$$

( 6 )

8. (a) हल कीजिए :

$$(D^2 - 3D + 2)y = \cos 3x$$

Solve :

$$(D^2 - 3D + 2)y = \cos 3x$$

(b) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2$$

इकाई / Unit-V

9. (a) हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = e^x \sec x$$

Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = e^x \sec x$$

(b) हल कीजिए :

$$(D^2 - 3D + 2)y = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

(7)

Solve :

$$(D^2 - 3D + 2)y = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

10. (a) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{1} = \frac{dy}{3} = \frac{dz}{5z + \tan(y - 3x)}$$

Solve :

$$\frac{dx}{1} = \frac{dy}{3} = \frac{dz}{5z + \tan(y - 3x)}$$

(b) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} - x + 2y = 0, \frac{dy}{dt} - 5x - 3y = 0$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} - x + 2y = 0, \frac{dy}{dt} - 5x - 3y = 0$$