

AHO 1107 CV-19
B.A./B.Sc. (Part-I)
(Ex/supply Last chance)
 Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
 Paper - II

Time:- Three Hours]

[Maximum Marks:50

नोट : किन्ही पॉच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Answer any five question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit - I

1. (a) निम्न फलन 'f' का $x=0,1$ पर सांतत्य की जाँच कीजिए।

Test for Continuity of the following Function 'f' at $x=0,1$.

$$f(x) = |x| + |x - 1|, \quad x \in R$$

(b) यदि $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{when } x \neq 0 \\ 0 & \text{when } x = 0 \end{cases}$

तो दर्शाइये कि $f(x)$, $x = 0$ पर संतत व अवकलनीय है।

If $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{when } x \neq 0 \\ 0 & \text{when } x = 0 \end{cases}$

Show that $f(x)$ is continuous and differentiable $x=0$.

2. (a) यदि $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$$

If $y^{ym} + y^{-ym} = 2x$ then prove that

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$$

- (b) टेलर प्रमेय का उपयोग करते हुए $\sin x$ को $(x - \frac{\pi}{2})$ के घातों में प्रकट कीजिए।

Expand $\sin x$ in power of $(x - \frac{\pi}{2})$ by Taylor's theorem.

इकाई / Unit - II

3. (a) निम्नलिखित वक्र की अननतस्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the following curves-

$$y^2 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x + 1 = 0$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए $\int = \frac{a^2b^2}{p^3}$, जहाँ p केन्द्र (0,0) से बिन्दु (x,y) पर स्पर्श रेखा पर डाले गये लंब की लम्बाई है।

Prove that for the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\int = \frac{a^2b^2}{p^3}$, P being the length of the perpendicular from (0,0) the curve upon the tangent at the point (x,y).

4. (a) वक्र $r(\theta^2 - 1) = a\theta^2$ के नति-परिवर्तन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

Find the points of inflexion of the curve. $r(\theta^2 - 1) = a\theta^2$

- (b) वक्र $y^3 = a^2x - x^3$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^3 = a^2x - x^3$.

इकाई / Unit - III

5. (a) सिद्ध कीजिए—

Prove that -

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$$

- (b) सिद्ध कीजिए कि कोटि $x = 0$, वक्र $y^2(2a - x) = x^3$ एवं उसकी अनन्तस्पर्शी के बीच घेरे हुए क्षेत्रफल को दो ऐसे भागों में विभाजित करती है जिसका अनुपात $3\pi - 8 : 3\pi + 8$ है।

Prove that the ordinate $x = 0$, divides the area between $y^2(2a - x) = x^3$ its asymptote into two parts in the ratio $3\pi - 8 : 3\pi + 8$.

6. (a) हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए

Find the entire length of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

- (b) दर्शाइये कि वक्र $(a - x)y^2 = a^2x$ को उसके अनन्तस्पर्शी के परितः परिक्रमण कराने से जनित ठोस का आयतन $\frac{1}{2}\pi^2 a^3$ है।

Show that the volumes of the solid generated by the revolution of the curve $(a - x)y^2 = a^2x$ about its asymptote is $\frac{1}{2}\pi^2 a^3$.

इकाई / Unit - IV

7. (a) हल कीजिए —

Solve it-

$$\frac{dy}{dx} = (4x + y + 1)^2.$$

- (b) हल कीजिए —

Solve it-

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0.$$

8. (a) वक्र कुल $\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1$ के लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए, λ कुल का प्राचल है।

Find the orthogonal trajectories of the family of curves $\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1$ where λ is a parameter.

- (b) हल कीजिए —

Solve it-

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2.$$

इकाई / Unit - V

9. (a) हल कीजिए —

Solve it-

$$(x + 2) \frac{d^2y}{dx^2} - (2x + 5) \frac{dy}{dx} + 2y = (x + 1)e^x.$$

- (b) हल कीजिए —

Solve it-

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = \sec x e^x.$$

10. (a) हल कीजिए —

Solve it-

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

- (b) हल कीजिए —

Solve it-

$$\frac{dx}{y^2 + yz + z^2} = \frac{dy}{z^2 + zx + x^2} = \frac{dz}{x^2 + xy + y^2}$$